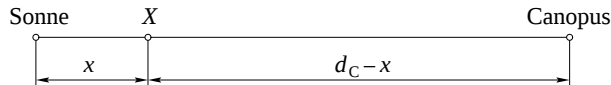


Lösung:

a) In der Astronomie ist folgende Beziehung zwischen der scheinbaren Helligkeit m , der absoluten Helligkeit M und der Entfernung r zu einem Stern bekannt:

$$m - M = 5 \cdot \log_{10} \frac{r}{10 \text{ pc}} \quad \text{bzw.} \quad m = M + 5 \cdot \log_{10} \frac{r}{10 \text{ pc}}, \quad (1)$$

wobei für die Entfernung $1 \text{ pc} = 1 \text{ parsec (Parallaxensekunde)} = 3,26 \text{ Lichtjahre}$ gilt. Die linke Seite $m - M$ von (1) wird auch *Entfernungsmodul* genannt, der rechten Seite liegt das WEBER-FECHNERSche Gesetz zugrunde, das besagt, dass das von den Sehzellen des menschlichen Auges an das Gehirn weitergeleitete Signal nicht proportional zur Strahlungsflussdichte Φ , sondern proportional zu $\log \Phi$ ist.



In der gesuchten Entfernung x von der Sonne müssen nun beide scheinbaren Helligkeiten gleich sein, also nach (1) folgende Gleichungen gelten (s. obiges Bild, das nicht maßstabsgerecht ist):

$$m_{\odot} = m_C \quad (2)$$

$$\Rightarrow M_{\odot} + 5 \cdot \log_{10} \frac{x}{10 \text{ pc}} = M_C + 5 \cdot \log_{10} \frac{d_C - x}{10 \text{ pc}} \quad (3)$$

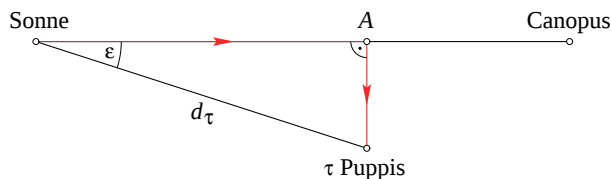
$$\Rightarrow M_{\odot} - M_C = 5 \left(\log_{10} \frac{d_C - x}{10 \text{ pc}} - \log_{10} \frac{x}{10 \text{ pc}} \right) = 5 \cdot \log_{10} \left(\frac{d_C}{x} - 1 \right) \quad (4)$$

$$\Rightarrow \frac{d_C}{x} - 1 = 10^{\frac{M_{\odot} - M_C}{5}} \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{x}{d_C} = \frac{1}{1 + 10^{\frac{M_{\odot} - M_C}{5}}} = \mathbf{0,008517} \quad (6)$$

$$\Rightarrow x = \mathbf{2,63 \text{ Lichtjahre.}} \quad (7)$$

b) Das folgende Bild veranschaulicht die geänderte Reiseroute, der Kurs weicht am Abbiegepunkt A um 90° vom bisherigen Kurs ab.



Alle vier Punkte, Sonne, Canopus, τ Puppis und A, liegen in einer Ebene. Darüber hinaus bilden die Sonne, τ Puppis und A ein rechtwinkliges Dreieck mit der gegebenen Hypotenuse d_{τ} . Wenn es also gelingt, den Winkel ε zu bestimmen, muss nur noch die Summe der beiden Kathetenlängen berechnet werden, um die gesamte Reisestrecke zu ermitteln.

Die Richtungen der beiden Fixsterne im beweglichen Äquatorsystem sind durch die beiden Winkel Rektaszension α und Deklination δ gegeben. Wir rechnen die Richtungen in die Winkel φ und ϑ um, die üblicherweise in Kugelkoordinaten verwendet werden. Zwischen den vier Winkeln gelten offenbar folgende Beziehungen:

$$\varphi = \alpha, \quad \vartheta = 90^\circ - \delta. \quad (8)$$

Die Winkel α und φ entsprechen der Länge (Azimut) und δ der Breite bzw. ϑ der Poldistanz. Damit erhalten wir mit den gegebenen Daten:

$$\varphi_C = \alpha_C = 06^{\text{h}} 23^{\text{m}} 57,1^{\text{s}} = 95,98792^\circ \quad (9)$$

$$\vartheta_C = 90^\circ - \delta_C = 90^\circ - (-52^\circ 41' 44'') = 142,69556^\circ \quad (10)$$

$$\varphi_\tau = \alpha_\tau = 06^{\text{h}} 49^{\text{m}} 56,2^{\text{s}} = 102,48417^\circ \quad (11)$$

$$\vartheta_\tau = 90^\circ - \delta_\tau = 90^\circ - (-50^\circ 36' 53'') = 140,61472^\circ. \quad (12)$$

Dann gilt für die Einheitsvektoren $\mathbf{e}_C$ in Richtung Canopus und $\mathbf{e}_\tau$ in Richtung τ Puppis:

$$\mathbf{e}_C = \begin{pmatrix} \cos \varphi_C \sin \vartheta_C \\ \sin \varphi_C \sin \vartheta_C \\ \cos \vartheta_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,06322240 \\ 0,60274338 \\ -0,79542652 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$\mathbf{e}_\tau = \begin{pmatrix} \cos \varphi_\tau \sin \vartheta_\tau \\ \sin \varphi_\tau \sin \vartheta_\tau \\ \cos \vartheta_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,13716669 \\ 0,61952895 \\ -0,77289662 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Der Winkel ε kann daraus mithilfe der Relation

$$\cos \varepsilon = \mathbf{e}_C \cdot \mathbf{e}_\tau = 0,99687145 \quad \implies \quad \varepsilon = 4,53338^\circ \quad (15)$$

berechnet werden. Damit ist klar, dass die beiden Sterne am Himmel nur einen kleinen Winkelabstand haben.

Die gesamte Reisestrecke s erhalten wir schließlich mit

$$s = d_\tau (\sin \varepsilon + \cos \varepsilon) = \mathbf{195,8 \text{ Lichtjahre}}. \quad (16)$$

Punktverteilung:

- a) 0,5 Punkte für das Ergebnis (5) oder (6)
- b) 0,5 Punkte für das Ergebnis (16)