Physik-Marathon 2025

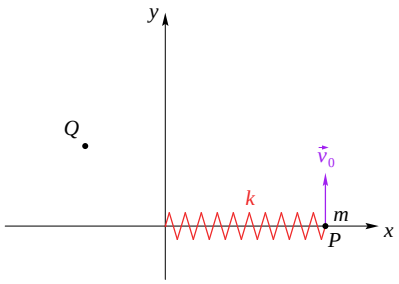
– Aufgabe 10 –

(11. August – 17. August)

Federkatapult

Im Ursprung eines kartesischen x, y-Koordinatensystems ist ein Ende einer Zugfeder befestigt. An ihrem anderen Ende, im Punkt $P(l, 0)$ mit $l > 0$, befindet sich eine Punktmasse m. Außer der Federkraft treten keine weiteren Kräfte auf.

Es soll die Bahnkurve der Punktmasse untersucht werden, wenn sie zur Zeit $t = 0$ mit einer bestimmten Anfangsgeschwindigkeit $\boldsymbol{v}_0 = v_0\,\boldsymbol{j}$ in Bewegung gesetzt wird. Die Anordnung ist im folgenden Bild veranschaulicht:



Die Zugfeder sei elastisch mit der Federkonstanten k und derart, dass sie im ungedehnten Zustand (in dem ihre Länge gegen null geht) keine anziehende Kraft mehr auf die Punktmasse ausübt. Außerdem kann sie sich reibungsfrei in beliebige Richtung drehen.

a) Leite einen analytischen Ausdruck für die Bahnkurve in der Form $f(x, y) = 0$ her!

b) Berechne den Betrag der Anfangsgeschwindigkeit v_0, sodass die Bahnkurve der Punktmasse durch den Punkt $Q(-\frac{l}{2}, \frac{l}{2})$ geht!