



WILHELM UND ELSE
HERAEUS-STIFTUNG



Physik-Marathon 2024

– Aufgabe 8 –



(24. Juni – 8. September)

Ein Astronaut befindet sich auf der Oberfläche eines homogenen, kugelförmigen Asteroiden. Der Einfluss anderer Himmelskörper ist vernachlässigbar. Die Massendichte des Asteroiden beträgt 2700 kg m^{-3} . Die Ausdehnung des Astronauten ist gegenüber den Abmessungen des Asteroiden so klein, dass er als Punktmasse betrachtet werden kann. Das Koordinatensystem, in dem der Asteroid ruht, kann als Inertialsystem angesehen werden.

Berechne die Zeitdauer, die der Astronaut mindestens benötigt, um einen solchen Asteroiden entlang eines Großkreises zu Fuß zu umrunden!

 Lösung und Punktverteilung auf der Rückseite.

Lösung von Aufgabe 8:

Der Astronaut kann solange zu Fuß auf dem Asteroiden *herumlaufen*, solange seine Geschwindigkeit nicht die 1. kosmische Geschwindigkeit („Kreisbahngeschwindigkeit“) erreicht. Für größere Geschwindigkeiten umrundet er den Himmelskörper bereits *im Flug*.

Der Ansatz, der benötigt wird um die Aufgabe zu lösen, ist ein Kraftansatz: Die Gravitationskraft F_G , die der Asteroid auf den Astronauten ausübt, muss größer oder gleich der Zentrifugalkraft F_Z sein, damit der Astronaut noch Kontakt mit der Oberfläche hat:

$$F_G = \frac{\gamma m M}{R^2} \geq F_Z = \frac{mv^2}{R}, \quad (1)$$

wobei R , M Radius und Masse des Asteroiden, m die Masse des Astronauten und γ die Gravitationskonstante ist. Gleichung (1) nach v aufgelöst, ergibt

$$v \leq \sqrt{\frac{\gamma M}{R}} =: v_1. \quad (2)$$

Hier ist v_1 der bekannte Ausdruck für die Kreisbahngeschwindigkeit. Setzen wir in (2) nun noch

$$v_1 = \frac{2\pi R}{T} \quad (3)$$

mit T als Umlaufdauer entlang eines Großkreises (Kugelumfang) und für die Masse

$$M = V \varrho = \frac{4}{3}\pi R^3 \varrho \quad (4)$$

sowie $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$ ein, erhalten wir

$$T \geq \sqrt{\frac{3\pi}{\gamma \varrho}} = \mathbf{7230 \text{ s} = 120,6 \text{ min} = 2,01 \text{ h}}. \quad (5)$$

Die Mindestumlaufdauer ist somit unter den getroffenen Voraussetzungen unabhängig von der Größe des Asteroiden, sondern hängt allein von dessen Dichte ab.

Bemerkung:

Wenn in (1), (2) und (5) keine Ungleichungen angegeben werden, sondern mit dem Grenzfall der Gleichheit gerechnet wird, gibt es dafür keinen Punktabzug.

Punktverteilung:

- geringfügige Abweichungen vom numerischen Zahlenwert in (5) können toleriert werden (je nachdem, wie der Wert für γ gerundet wurde)
- 0,5 Punkte für den Kraftansatz (1)
- 0,5 Punkte für die nachfolgende Rechnung bis zum Zahlenwert in (5)