



## Physik-Marathon 2023

– Aufgabe 1/20 –



(22. Mai – 28. Mai)

Nachfolgend sind vier physikalische Ausdrücke aufgeführt:

1.  $\frac{\gamma M_E M_S}{R_{SE}}$  ( $\gamma$  – Gravitationskonstante,  $M_E$  – Masse der Erde,  $M_S$  – Masse der Sonne,  $R_{SE}$  – Abstand Sonne–Erde)
2.  $\frac{3RT}{M}$  ( $R$  – universelle Gaskonstante,  $T$  – absolute Temperatur,  $M$  – molare Masse)
3.  $\frac{F^2}{q^2 B^2}$  ( $F$  – Kraft,  $q$  – Ladung,  $B$  – magnetische Flussdichte)
4.  $\frac{\gamma M_E}{R_E}$  ( $\gamma$  – Gravitationskonstante,  $M_E$  – Masse der Erde,  $R_E$  – Radius der Erde).

a) Gib für alle vier Ausdrücke Maßeinheiten an, die ausschließlich aus den SI-Basiseinheiten

Sekunde, Meter und Kilogramm

bestehen!

b) Gib, wenn möglich, für die vier Ausdrücke Maßeinheiten an, die wenigstens eine der folgenden drei SI-Einheiten aus dem Gebiet des Elektromagnetismus

Volt, Coulomb oder Farad

enthalten!

 Lösung und Punktverteilung auf der Rückseite.

Lösung:

a) Die gegebenen Ausdrücke treten in folgenden Zusammenhängen in der Physik auf:

1. Gravitationsgesetz:  $F = \frac{\gamma M_E M_S}{R_{SE}^2} \implies \frac{\gamma M_E M_S}{R_{SE}} = F \cdot R_{SE},$

Einheit:  $N\ m = \mathbf{kg\ m^2\ s^{-2}};$

2. mittleres Geschwindigkeitsquadrat von Gasatomen:  $\frac{3RT}{M} = \overline{v^2},$

Einheit:  $\mathbf{m^2\ s^{-2}};$

3. LORENTZkraft auf eine bewegte Ladung im Magnetfeld:  $F = qvB \implies \frac{F^2}{q^2 B^2} = v^2,$

Einheit:  $\mathbf{m^2\ s^{-2}};$

4. Gravitationspotenzial:  $\left| \frac{\gamma M_E}{R_E} \right| = \frac{E_{\text{pot}}}{m},$

Einheit:  $J/kg = N\ m/kg = \mathbf{m^2\ s^{-2}}.$

Die Ausdrücke 2 bis 4 haben somit dieselbe Maßeinheit.

b) Es wird folgende Umrechnung von meachanischen in elektrische Maßeinheiten benötigt:

$$1\ J = 1\ N\ m = 1\ W\ s = 1\ V\ A\ s. \tag{1}$$

Damit sowie mit  $1\ C = 1\ F \cdot 1\ V$  (dahinter steckt die Definition der Kapazität eines Kondensators  $C = \frac{Q}{V}$ ) und  $1\ C = 1\ A \cdot 1\ s$  ( $Q = It$ ) ergeben sich folgende mögliche Einheiten:

1.	2.-4.
$F\ V^2$	$F\ V^2\ kg^{-1}$
$C\ V$	$C\ V\ kg^{-1}$
$C^2\ F^{-1}$	$C^2\ F^{-1}\ kg^{-1}$
$V\ A\ s$	$V\ A\ s\ kg^{-1}$
$C\ m^2\ A^{-1}\ s^{-3}$	$C\ m^2\ A^{-1}\ s^{-3}\ kg^{-1}$
$A^2\ C^{-2}\ kg\ m^2$	$A^2\ C^{-2}\ m^2$
$A^2\ F^{-1}\ s^2$	$A^2\ F^{-1}\ s^2\ kg^{-1}$
$V^2\ s\ \Omega^{-1}$	$V^2\ s\ \Omega^{-1}\ kg^{-1}$
$A\ C\ \Omega$	$A\ C\ \Omega\ kg^{-1}$
$A^2\ \Omega^2\ F$	$A^2\ \Omega^2\ F\ kg^{-1}$
$A\ T\ m^2$	$A\ T\ m^2\ kg^{-1}$
$H\ A^2$	$H\ A^2\ kg^{-1}$
$W\ s$	$W\ s\ kg^{-1}$
$Wb\ A$	$Wb\ A\ kg^{-1}$

Bemerkungen:

1. In der Aufgabenstellung Teil b) hatte der Autor etwas Anderes im Sinn, nämlich eine ausschließliche Verwendung der Maßeinheiten V, C und F, hat es aber versäumt, dies auch so zu formulieren. Deswegen sind auch die unteren ersten drei Antwortmöglichkeiten in der Tabelle richtig, die z. B. ein Ampere enthalten. Ebenso könnten die abgeleiteten SI-Einheiten

Ohm, Siemens, Tesla, Henry, Watt und Weber ( $1 \Omega = 1 \text{ V A}^{-1}$ ,  $1 \text{ S} = 1 \text{ A V}^{-1}$ ,  $1 \text{ T} = 1 \text{ V s m}^{-2}$ ,  $1 \text{ H} = 1 \text{ V s A}^{-1}$ ,  $1 \text{ W} = 1 \text{ V A}$ ,  $1 \text{ Wb} = 1 \text{ V s}$ ), allesamt in der Elektrodynamik gebräuchlich, in die Antwort eingebaut werden (s. die letzten acht Zeilen in der Tabelle), das haben aber nur wenige Teilnehmende gemacht.

2. Einige bemerkten, dass etwa

$$\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3 \text{ V A}} = 1, \quad (2)$$

also dimensionslos ist und bekamen so durch Multiplikation mit 1 die Einheiten V und A in die gefundenen Ausdrücke unter a) hinein. Dasselbe gilt auch für

$$\Omega \text{ S} = \text{F H s}^{-2} = 1 \quad (3)$$

(hinter Letzterem steckt die THOMSONSche Schwingungsformel). Jemand trieb diese Idee noch weiter, indem (2) mit einer reellen Zahl  $\alpha$  potenziert wird, was dazu führt, dass es auf einmal unendlich viele Darstellungsmöglichkeiten gibt. Bemerkenswert war zu lesen, „dass die Einheit Farad im Vektorraum der physikalischen Dimensionen linear abhängig von den anderen ist und somit nicht benötigt wird“. – Was man an so einer simplen Aufgabe doch alles lernen kann!

Punktverteilung:

- a)
1. 0,15 Punkte für  $\text{kg m}^2 \text{ s}^{-2}$
  2. 0,15 Punkte für  $\text{m}^2 \text{ s}^{-2}$
  3. 0,15 Punkte für  $\text{m}^2 \text{ s}^{-2}$
  4. 0,15 Punkte für  $\text{m}^2 \text{ s}^{-2}$
- b)
1. 0,1 Punkte für eine der in obiger Tabelle angegebenen Maßeinheiten
  2. 0,1 Punkte für eine der in obiger Tabelle angegebenen Maßeinheiten
  3. 0,1 Punkte für eine der in obiger Tabelle angegebenen Maßeinheiten
  4. 0,1 Punkte für eine der in obiger Tabelle angegebenen Maßeinheiten
- Es gibt 0,05 Punkte Abzug, wenn eine Zahl ungleich eins (wie z. B. der Faktor 3 in 2.) in der Maßeinheit auftaucht, bei der Zahl 1 drücken wir ein Auge zu.
  - Es gibt 0,05 Punkte Abzug, wenn die Maßeinheit formal zwar richtig ist, aber in Brüchen oder Doppelbrüchen nicht weitestgehend gekürzt wurde.